$$b)\quad f'(x)=\frac{g(x)}{x^2}$$

x	0	α	π
f'(x)	+	0	-
f(x)	0	$f(\alpha)$	$\frac{2}{\pi}$

$$c)\quad f(\alpha)=\frac{1-Cos\ x}{\alpha}$$

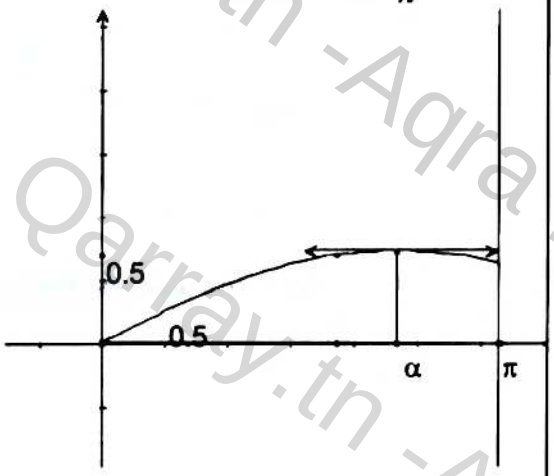
$g(\alpha)=0 \Rightarrow \alpha.\sin\alpha + Cos\,\alpha - 1 = 0$

$\Rightarrow Cos\ \alpha = 1-\alpha.\sin\alpha$

d'où

$$f(\alpha)=\frac{\alpha\sin\alpha}{\alpha}=\sin\alpha$$

3. $\alpha \simeq 2{,}34$; $f(\alpha)\simeq 0{,}72$; $\frac{2}{\pi}\simeq 0{,}61$



4. $k(x)=f(x)$ *pour* $x\in[\alpha,\pi]$

k est continue et strictemen décroissant $sur[\alpha,\pi] \Rightarrow$ *k est une bijéction de* $[\alpha,\pi]$

$sur\left[\frac{2}{\pi}, f(\alpha)\right] = I$

5. $h(x)=g(x)-2\ Cos\ x \quad x\in[0,\pi]$

h est continue sur $[0,\pi]$ *d'où h admet des primitives sur* $[0,\pi]$

$h(x)=x.\sin x - Cos\ x - 1$

$H(x)=-x.Cos\ x - x + k$

$H(0)=1 \Rightarrow k=1$

d'où $H(x)=1-x-x.Cos\ x$

EX 20 :

$$\varphi(x)=\frac{1}{1+x^2}$$

$$\begin{cases} G'(x)=\varphi(x) \\ G(0)=0 \end{cases}$$

1. $G'(-x)=\varphi(-x)=\varphi(x)$
$=G'(x)$

$G'(x)=G'(-x)$

$\Rightarrow G(x)=-G(-x)+k \quad k\in\mathbb{R}$

$G(0)=0 \rightarrow k=0$

d'où $G(-x)=-G(x)$

G est impaire

2.a) $x\in\mathbb{R}^*$

$$\psi(x)=G(x)+G(\frac{1}{x})$$

ψ *est dérivable sur* $\mathbb{R}^*$

$$\psi'(x)=G'(x)-\frac{1}{x^2}G'(\frac{1}{x})$$
$$=\varphi(x)-\frac{1}{x^2}.\varphi(\frac{1}{x})$$
$$=\frac{1}{1+x^2}-\frac{1}{x^2+1}$$
$$=0$$

$\psi'(x)=0$

D'où ψ est constante sur chacun des intervalles $]-\infty,0[$ *et* $]0,+\infty[$

Qarray.tn -Aqra Blech- Qarray.tn